**Лекция 1. Нелинейные системы автоматического управления и их особенности. Линеаризация нелинейных характеристик**

**1.1 Классификация и характеристики нелинейных элементов**

Имеется обширных класс нелинейных систем, которые с помощью линейной теории исследовать невозможно [1,2.3,4,5,6,7,8].

Нелинейныминазываются системы автоматического управления, содержащие хотя бы один нелинейный элемент или элемент с ограниченным по величине воздействием (ограниченной мощностью, перемещением и т. п.).

К нелинейным относятся элементы, имеющие переменный коэффициент усиления. Если с увеличением отклонения коэффициент усиления уменьшается, то это аналогично насыщению или ограниченной мощности. Однако в некоторых случаях специально конструируется нелинейные элементы, у которых с увеличением отклонения коэффициент усиления увеличивается. К нелинейным элементам относятся также логические устройства, с помощью которых могут быть сформированы нелинейности весьма разнообразных форм.

Принцип суперпозиции (наложения), широко применяемый для исследования линейных систем, в случае исследования нелинейных систем неприменим, так как эффект входного сигнала на выходе зависит от других сигналов и от уровня сигнала.

В нелинейных системах возможны автоколебания, которые являются периодическим движением, вызываемые внутренними  свойствами системы, а не под влиянием внешних периодических воздействий.

По характеру переходных процессов и условиям устойчивости нелинейных системы в ряде случаев существенно отличаются  от линейных. Устойчивая линейная система остается устойчивой при любых  начальных отклонениях от установившегося состояния. Нелинейные системы могут быть устойчивыми при малых отклонениях и потерять устойчивость при больших отклонениях. Все это затрудняет исследование нелинейных систем, и к тому же современная теория нелинейных систем не дает общих аналитических методов исследования, с помощью которых можно было бы получить ответы, интересующие инженерную практику с такой же полнотой, с какой их дает линейная теория.

Далее будут рассмотрены  методы исследования нелинейных систем, получившие наибольшие распространение. К ним относятся: 1) метод фазовой плоскости; 2) метод гармонической линеаризации.

А.В. Башариным [2] разработан приближенный  графический метод исследования систем автоматического управления, который дает возможность произвести  также  синтез корректирующих устройств в нелинейных системах. Он не дает решения задачи в общем виде и не позволяет  установить зависимость между параметрами системы и качеством переходного процесса, однако в некоторых случаях он может быть очень полезен.

Характеристики нелинейных элементов могут быть различимыми. Так, на рисунке 1.1 приведены нелинейные характеристики, наиболее часто встречающиеся на практике.



*а*- элемент с насыщением; б - элемент с нечувствительностью и ограниченной мощностью или ограниченным перемещением; *в* – элемент с сухим трением или мертвым ходом; *г* – гистерезис в стали; *д* – идеальная релейная характеристика; *е* – релейная характеристика с зоной нечувствительности; *ж* – релейная характеристика с коэффициентом возврата *kв<1*; *з* - релейная характеристика с зоной нечувствительности с коэффициентом возврата*kв<1*.

Рисунок 1.1 - Характеристики нелинейных элементов

Нелинейные системы могут содержать один или несколько нелинейных элементов, образующих различные сочетания с линейными элементами. В настоящей главе рассмотрен наиболее распространенный и простой случай, когда система имеет только один нелинейный элемент.  Перечислим виды нелинейных звеньев:

1) звено релейного типа;

2) звено с кусочно-линейной характеристикой, а также звенья, описываемые кусочно-линейными дифферен­циальными    уравнениями;

3) звено с криволинейной характеристикой любого очертания;

4) звено, уравнение которого содержит произведение переменных или их производных и другие их комбинации;

5)нелинейное звено с запаздыванием, причем запаздывание
понимается в смысле, а нелинейность может иметь любой вид;

6) нелинейное импульсное звено;

7) логическое звено.

Различают статические и динамические нелинейности. Первые представляются в виде нелинейных статических характеристик, а вторые – в виде нелинейных дифференциальных уравнений.

Общий метод составления уравнений для нелинейных систем состоит в следующем. Сначала производится линеаризация уравнений всех звеньев системы, для которых это допустимо, кроме существенно линейных звеньев (чаще всего одного-двух). Затем составляются урав­нения этих последних звеньев со всеми допустимыми упрощения­ми их характеристик.

В результате получается система обыкновенных линейных уравнений, к которым добавляется одно-два (иногда более) нелинейных. В соответствии с этим обобщенную структурную схему любой нелинейной системы автоматического регулирования в случае одного нелинейного звена можно представить в виде (см. рисунок 1.2, *а*),где линейная часть может иметь структуру любой сложности (с обратными связями и т. п., как, например, рисунок 1.2, *б*или *в*)*.*В случае двух нелинейных звеньев могут быть разные комбинации, в зависимости от того, в какие цепи системы они входят          (см. рисунок 1.3).



Рисунок 1.2 – Структурная схема нелинейной системы автоматического управления в случае одного нелинейного звена



Рисунок 1.3 – Структурная схема нелинейной системы автоматического управления в случае двух нелинейных звеньев

Часто при исследовании нелинейных систем автоматического регулирования удается выделить нелинейность так, чтобы она описывалась непосредственно зависимостью между выходной и входной величинами

                                                          ,                                                (1.1)

которая может иметь любую форму (релейного типа, кусочно-линейного или криволинейного). Но иногда, как будет показано далее, не удается этого сделать, и приходится исследовать нелинейные дифференциальные зависимости вида

                                         ,                    (1.2)

                                         и т.п.      (1.3)

Встречаются и более сложные случаи, когда обе величины (входная и выходная) оказываются под знаком нелинейной функ­ции раздельно

                                        (1.4) или же вместе

                                        .                (1.5)

Разделим все нелинейные системы регулирования на три боль­ших класса.

К первому классу нелинейных систем отнесем та­кие, в которых уравнение нелинейного звена приводится к любому из видов (1.1) – (1.3),  т. е. когда под знаком нелинейной функ­ции стоит только входная величина (и ее производные) либо только выходная величина (и ее производные). При этом имеется в виду, что схема системы в целом может быть приведена к виду   (см. рисунок 1.2) с одним нелинейным звеном. К этому классу сводится, напри­мер, также случай с двумя нелинейными звеньями, (см. рисунок 1.3, *в*),так как там они могут быть объединены в одно не­линейное звено. Сюда же относится и случай, показанный на рисунке 1.3, *г*, где имеются два нелинейных звена (если их уравнения содержат под знаком нелинейности только входную ве­личину *х,*например, вида (1.1) или (1.2)).

Второй класс нелинейных систем включает системы с любым числом нелинейных звеньев, когда под знаки нелинейных функций входят различные переменные, связанные между собой линейнойпередаточной функцией. Так будет в случае системы с одним нелинейным звеном вида (1.4) или (1.5), а также в систе­ме с двумя нелинейными звеньями (см. рисунок 1.3, *а*или *г*), если в пер­вом из них под знак нелинейности входит входная величина, а во втором – выходная. Система же (см. рисунок 1.3, *б*)относится ко второму классу, если под знаки нелинейностей входят в обоих звеньях либо только входные, либо только выходные величины нелинейных звеньев.

К третьему классу нелинейных систем относятся такие системы с двумя и более нелинейностями, в уравнениях которых под знаки нелинейных функций входят разные перемен­ные, связанные между собой нелинейнымидифференциальными уравнениями (т. е. связанные через линейные части и нелинейные звенья). К таким системам относится, например, система          (см. рисунок 1.3, *а*), если в ее уравнениях под знаками нелинейных функ­ций находятся входные (или выходные) величины обоих нелиней­ных звеньев, и многие другие системы.

Системы с логическими устройствами относятся обычно к не­линейным системам второго и третьего классов.

Заметим, что во всех случаях, когда под знак нелинейной функции входит какая-либо линейная комбинация разных пере­менных, их следует обозначать одной буквой, а данную линейную комбинацию учесть при составлении общего уравнения линейной части системы. Это бывает, например, в тех случаях, когда на вход нелинейного звена подаются производные или включается обрат­ная связь. Так, если для рисунка 1.2, *б*

                                                ,

то, обозначая                         *,*(1.6)

 можно привести уравнение нелинейного звена к виду (1.1).

Из всех уравнений линейных звеньев, а также добавочных ли­нейных выражений типа (1.6), получаемых при выделении нели­нейности, составляется общее уравнение линейной частисистемы

                                           ,                                            (1.7)

где *Q(р)*и *R(р)*— операторные многочлены или передаточная функция линейной части системы

                                                       .                                                 (1.8)

Составление уравнений будет проиллюстрировано ниже на при­мерах.